Chuyên đề

Thời giá tiền tệ

TS. Nguyễn Văn Thuận

Giá trị thời gian của tiền

- Vấn đề lãi suất
- Giá trị tương lai của tiền
- Giá trị hiện tại của tiền
- Lãi suất phù hợp

Vấn đề lãi suất

- Lãi đơn và lãi kép
- Lãi suất danh nghĩa và lãi suất thực

Phân biệt Lãi đơn và lãi kép

Ví dụ :

- Tiền gởi không kỳ hạn, lãi suất 0,5% tháng. Tiền gởi kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 0,6%tháng. Vậy nếu gởi 1.000 đồng theo 2 cách trên thì sau 3 tháng tổng số tiền có được sẽ là bao nhiêu ?
- T/G không kỳ hạn là rút vốn và lãi ra bất kỳ lúc nào. T/G có kỳ hạn thường chỉ được rút vốn và lãi sau khi đáo hạn

Phương pháp tính lãi đơn

Nếu gởi kỳ hạn 3 tháng

1.000 x 0,6% x 3 + 1.000 = 1018 đ

- **18đ** được gọi là lãi đơn.
- Phương pháp tính lãi như trên gọi là phương pháp tính lãi đơn.

Phương pháp tính lãi kép

Nếu gởi không kỳ hạn

1 tháng: 1.000x0,5%+1.000 = 1005

2 tháng: 1.005x0,5%+1.005 = 1010,025đ

3 tháng: 1.010,02x0,5%+1.010,02 = 1015,07

- 15,07đ được gọi là lãi kép.
- Phương pháp tính lãi như trên gọi là phương pháp tính lãi kép.

Lãi suất danh nghĩa và thực

Ví dụ :

- Tiền gởi không kỳ hạn, lãi suất 0,5% tháng.
- Tiền gởi KH 3 tháng, lãi suất 0,6% tháng.

Vậy lãi suất nào là danh nghĩa, lãi suất nào là thực ?

Phân biệt LS danh nghĩa & LS thực

- Thời đoạn tính lãi : Lãi suất phát biểu được tính cho khoảng thời gian bao lâu ?
  - Lãi suất 0,5% tháng, TĐ tính lãi là tháng
- Thời đoạn ghép lãi : Bao lâu thì lãi được nhập vào vốn gốc để tính lãi tiếp theo cho kỳ sau.
  - Tiền gởi kỳ hạn 3 tháng, lãi suất 0,6% tháng. Vậy TĐ ghép lãi là 3 tháng

Phân biệt LS danh nghĩa &LS thực

- Nếu thời đoạn ghép lãi và thời đoạn tính lãi khác nhau, thi lãi suất phát biểu là lãi suất danh nghĩa.
- Nếu thời đoạn tính lãi và thời đoạn ghép lãi bằng nhau thì thường lãi suất phát biểu là lãi suất thực.
  - Vậy 0,5%tháng là lãi suất thực
  - 0,6% tháng, là lãi suất danh nghĩa

Phát biểu về lãi suất

- Theo quy ước, có 3 cách phát biểu :
  - Lãi suất 2% tháng
  - Lãi suất 2% tháng, kỳ hạn là 1 năm
  - Lãi suất 2%

Chuyển đổi lãi suất

- Lãi suất 2% tháng, vậy lãi suất thực tương đương sẽ là bao nhiêu 1 năm?
- Công thức chuyển đổi từ lãi suất thực này sang lãi suất thực khác

$$i_d = (1 + i_{ng})^n - 1$$

Chuyển đổi lãi suất

- Lãi suất 24% năm, ghép lãi theo tháng. Vậy lãi suất thực tương đương sẽ là bao nhiêu 1 năm?
- Công thức chuyển đổi từ lãi suất danh nghĩa sang lãi suất thực

$$i = (1 + r/m_1)^{m_2} - 1$$

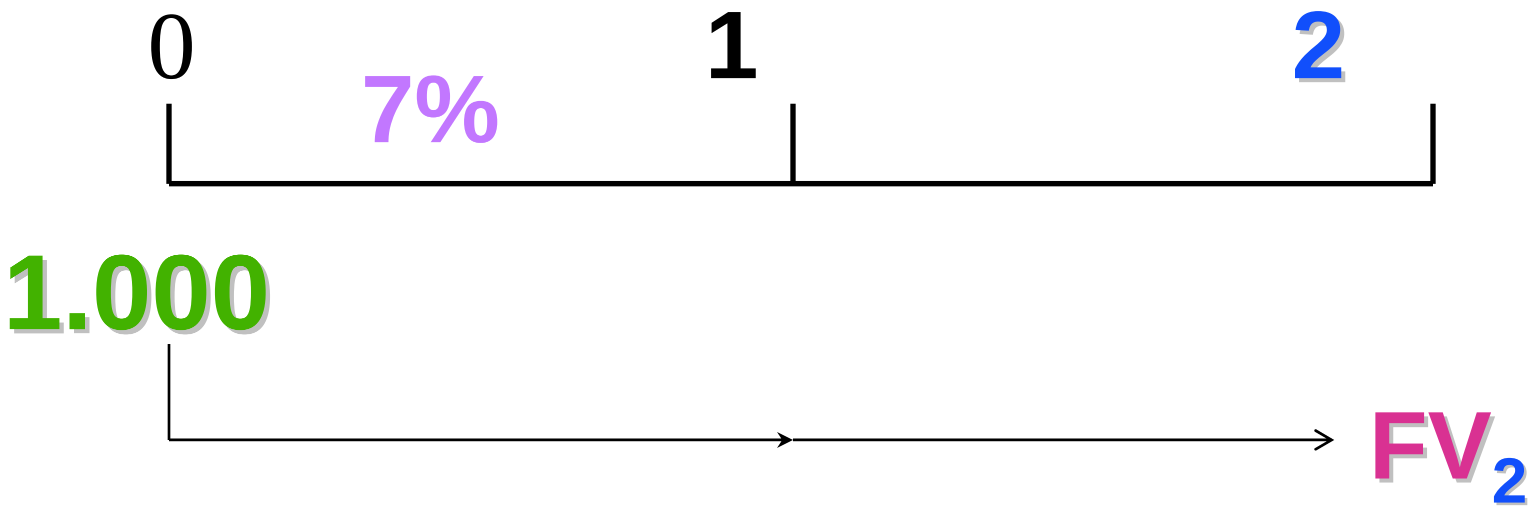
Chuyển đổi lãi suất

- Lãi suất 2% tháng, kỳ hạn 1 năm. Vậy lãi suất thực tương đương sẽ là bao nhiêu 1 năm ?
- Công thức tính lãi suất tỷ lệ

$$i_d = i_{ng} \times n$$

Giá trị tương lai Cho khoản tiền đơn

Giả sử Bạn gởi 1.000 vào qũy tiết kiệm với lãi suất 7% năm. Vậy sau 2 năm bạn sẽ nhận được bao nhiêu ?



Giá trị tương lai
Cho khoản tiền đơn

$$FV_1 = P_0\,(1+i)^1 = 1.000\,(1.07) = 1.070$$

$$FV_2 = FV_1\,(1+i)^1$$

$$= P_0\,(1+i)(1+i) = 1.000(1.07)(1.07)$$

$$= P_0\,(1+i)^2 = 1.000(1.07)^2$$

$$= 1.144,9$$

Giá trị tương lai Cho khoản tiền đơn

$$FV_1 = P_0(1+i)^1$$

$$FV_2 = P_0(1+i)^2$$

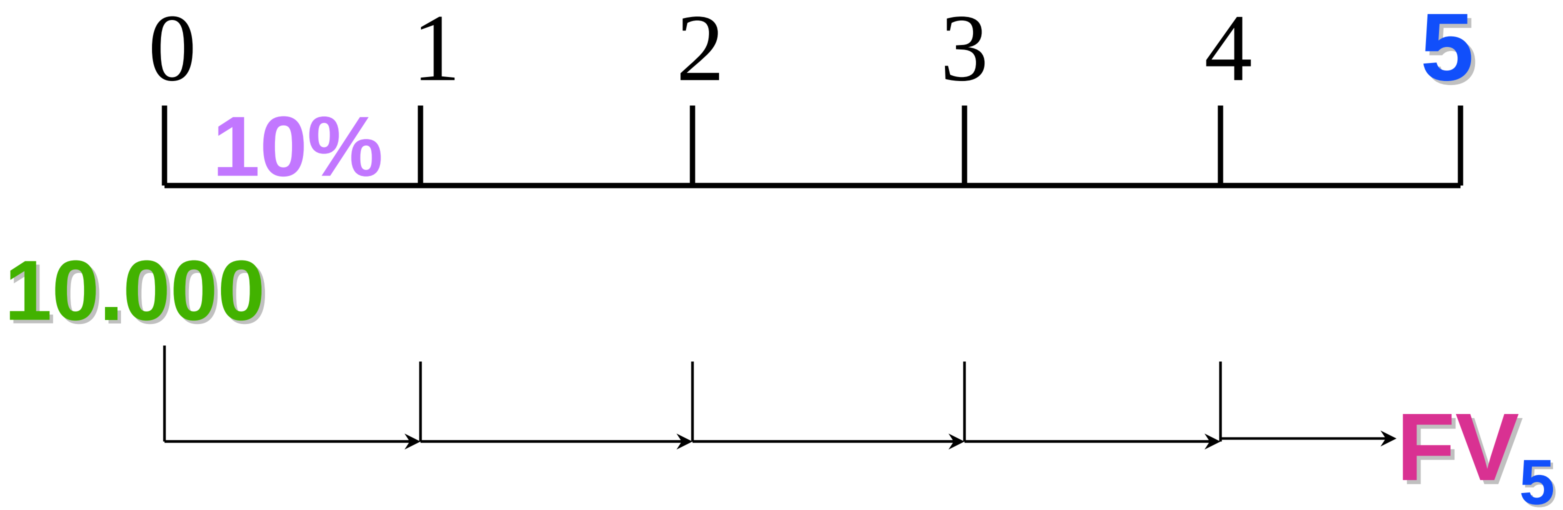
....

Tổng quát về **Giá trị tương lai**:

$$FV_n = P_0(1+i)^n \qquad (1)$$

Ví dụ : giá trị tương lai

Hôm nay, Bạn gởi 10.000 vào qũy tiết kiệm kỳ hạn 12 tháng với lãi suất 10% năm thì sau 5 năm Bạn sẽ nhận được bao nhiêu ?



Giá trị tương lai Cho khoản tiền đơn

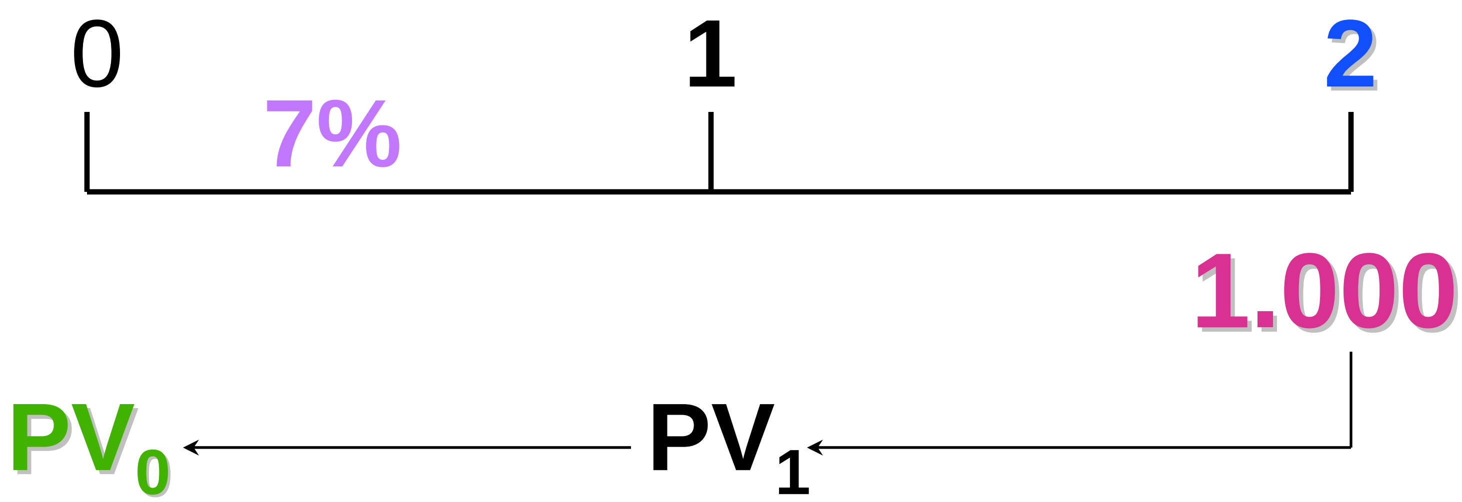
- Tính theo công thức tổng quát:

$$FV_n = P_0 (1+i)^n$$

$$FV_5 = 10.000 (1+ 0,1)^5 = 16.105,1$$

Giá trị hiện tại cho khoản tiền đơn

Giả sử bạn cần 1.000 sau 2 năm nữa, thì bạn sẽ gởi vào qũy tiết kiệm một khoản tiền bao nhiêu vào ngay hôm nay, nếu lãi suất tiết kiệm là 7% năm.

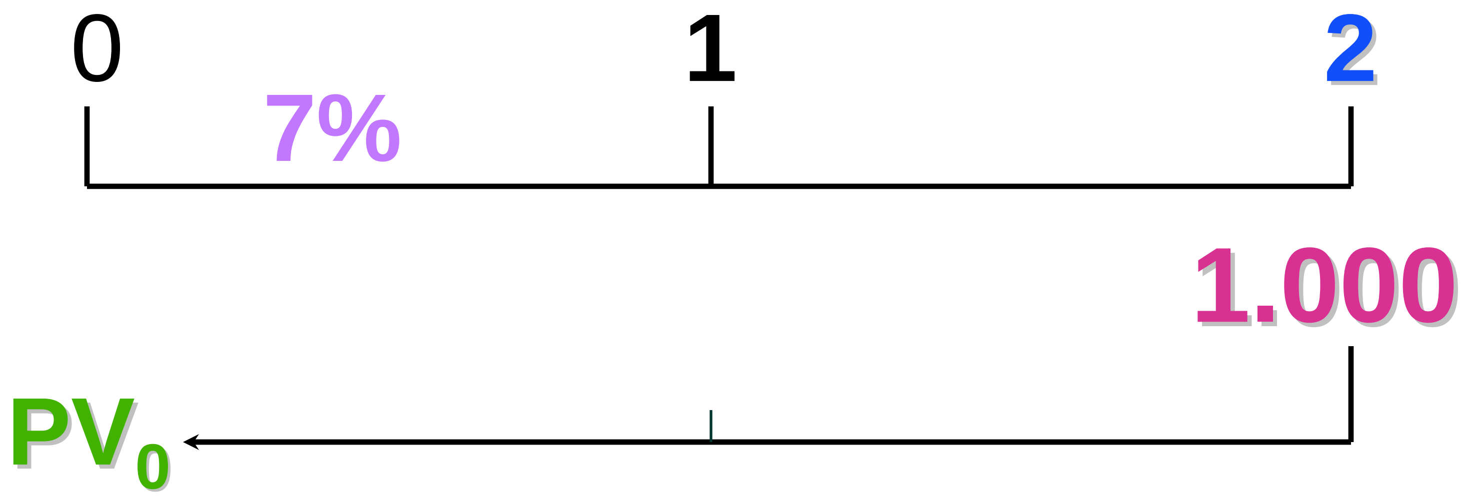


Giá trị hiện tại cho khoản tiền đơn

$$PV_0 = FV_2 / (1+i)^2 \quad = FV_2(1+i)^{-2}$$

$$= 1.000/(1{,}07)^2 \quad = 1.000(1{,}07)^{-2}$$

$$= 873{,}44$$



Giá trị hiện tại cho khoản tiền đơn

$PV_0 = FV_1 / (1+i)^1 = FV_1(1+i)^{-1}$

$PV_0 = FV_2 / (1+i)^2 = FV_2(1+i)^{-1}$

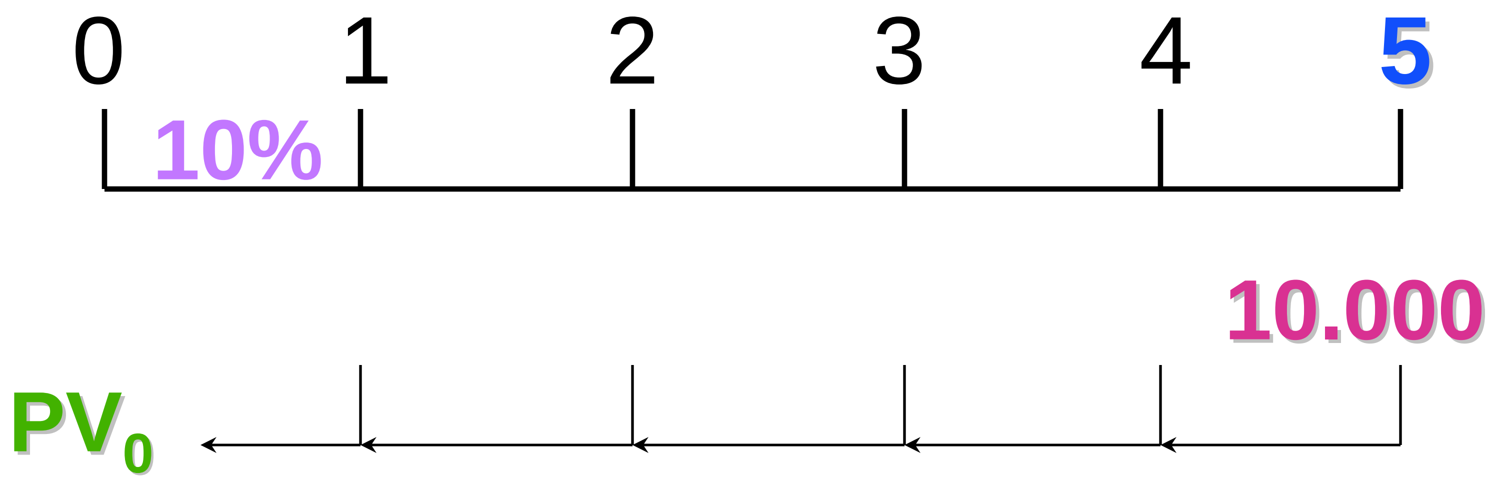
....

Tổng quát Giá trị hiện tại:

$$PV_0 = FV_n/(1+i)^n = FV_n(1+i)^{-n} \qquad (2)$$

Giá trị hiện tại cho khoản tiền đơn

Bạn muốn có 10.000 sau 5 năm nữa, thì bạn sẽ phải gởi vào qũy tiết kiệm ngay hôm nay là bao nhiêu, nếu lãi suất là 10% năm ?



Giá trị hiện tại cho khoản tiền đơn

- Tính theo công thức tổng quát :

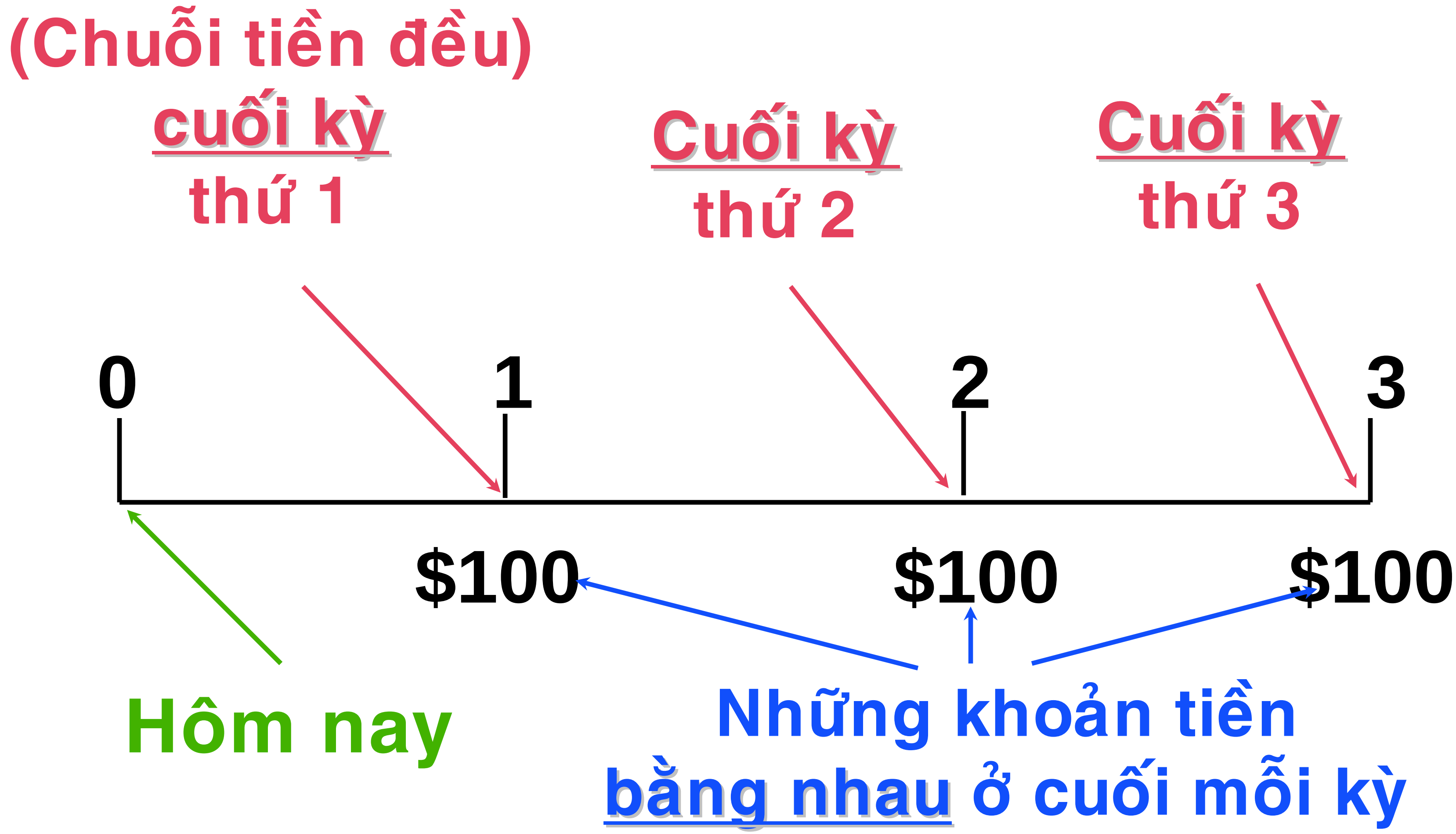
$$PV_0 = FV_n(1+i)^{-n}$$

$$PV_0 = 10.000(1+0,1)^{-5} = 6.209,2$$

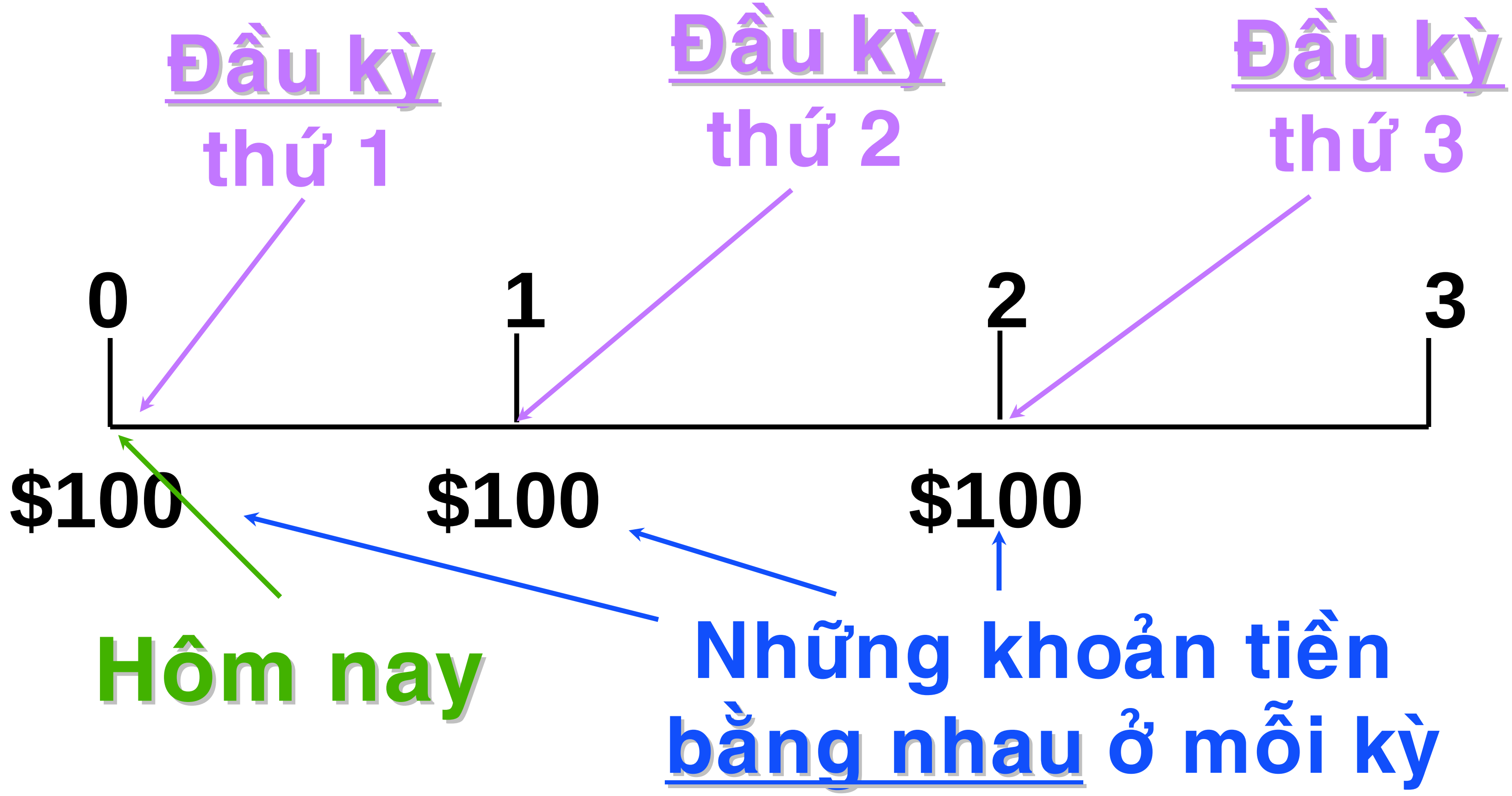
Chuỗi tiền đều

- ***Chuỗi tiền đều*** là một chuỗi chi trả (hay thu nhập) với những số tiền bằng nhau và liên tục trong nhiều kỳ.
- **Chuỗi tiền đều cuối kỳ**: Chuỗi tiền chi trả hay nhận được xảy ra vào **cuối** mỗi kỳ.
- **Chuỗi tiền đều đầu kỳ** : Chuỗi tiền chi trả hay nhận được xảy ra vào **đầu** mỗi kỳ.

Chuỗi tiền đều



Chuỗi tiền đều đầu kỳ

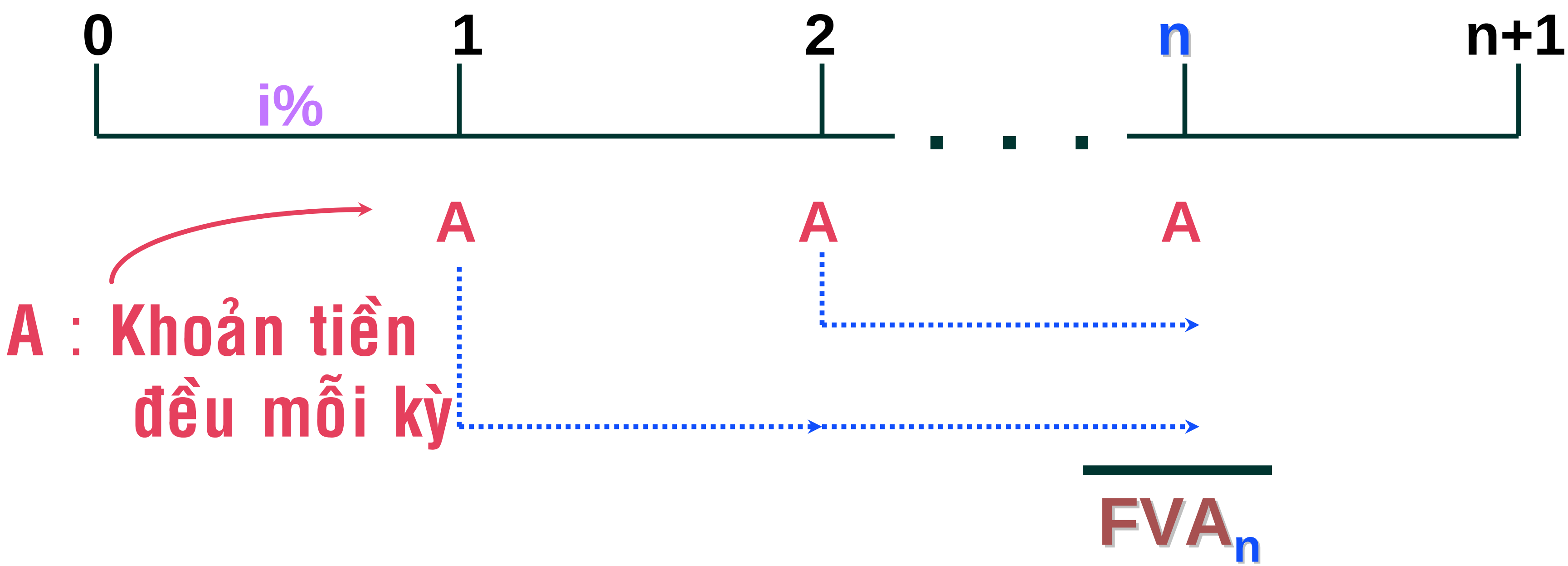


Ví dụ về chuỗi tiền đều

- Trả tiền mua hàng trả góp
- Đóng tiền bảo hiểm nhân thọ
- Trả nợ Vay có kỳ hạn
- Trả tiền thuê tài chính
- Tiết kiệm cho qũy hưu trí

Giá trị tương lai của chuỗi tiền đều -- FVA

Số tiền đều có vào cuối mỗi kỳ



$$FVA_n = A(1+i)^{n-1} + \dots + A(1+i)^1 + A(1+i)^0$$

$$FVA_n = A[(1+i)^n - 1] / i$$

Giá trị tương lai của chuỗi tiền đều -- FVA

Số tiền đều có vào cuối mỗi kỳ

Công thức tổng quát. . .

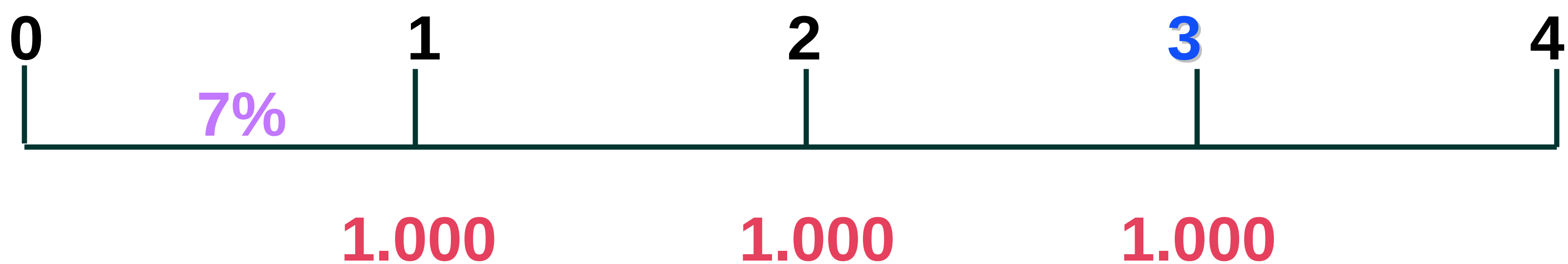
$$FVA_n = A(1+i)^{n-1} + \ldots + A(1+i)^1 + A(1+i)^0$$

$$FVA_n = \Sigma A(1+i)^t$$

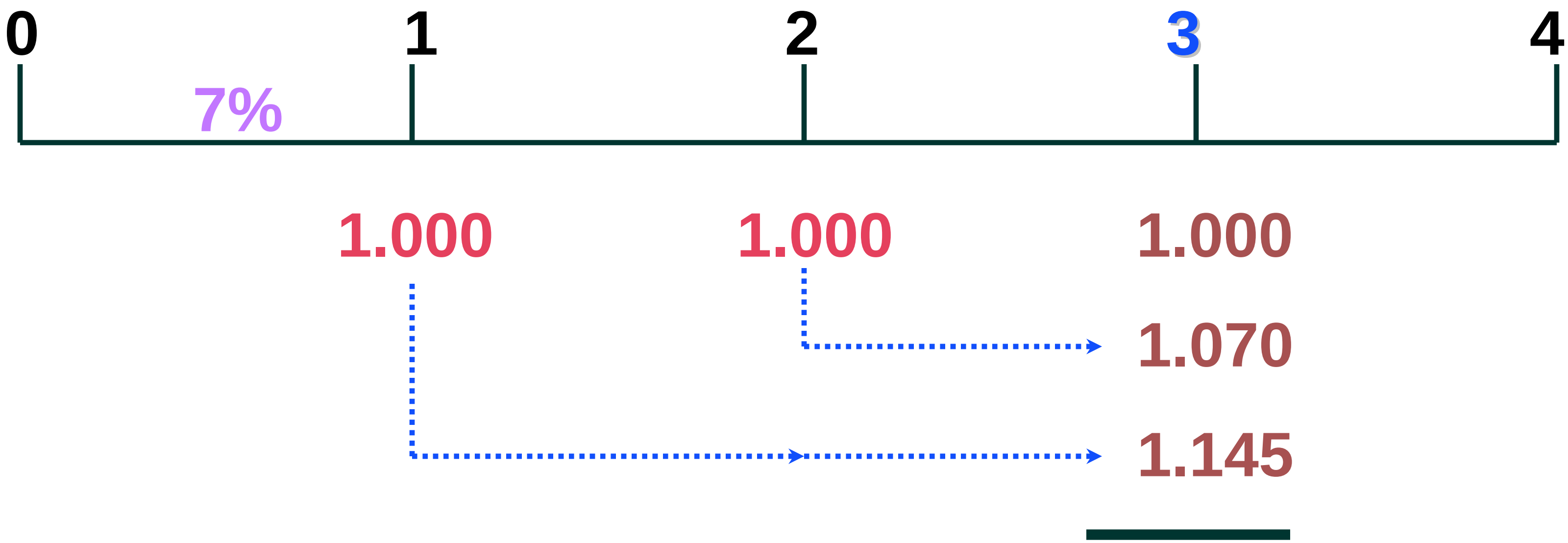
$$FVA_n = A\frac{(1+i)^n - 1}{i} \qquad (3)$$

Giá trị tương lai của chuỗi tiền đều -- FVA

Giả sử mỗi năm Bạn gới một khoản tiền không đổi là 1.000 vào qũy tiết kiệm và gởi liên tục trong 3 năm, lần gởi đầu tiên là sau 1 năm, với lãi suất 7% năm. Vậy đến cuối năm thứ 3 bạn sẽ có được một khoản tiền là bao nhiêu ?



Giá trị tương lai Chuỗi tiền đều -- FVA



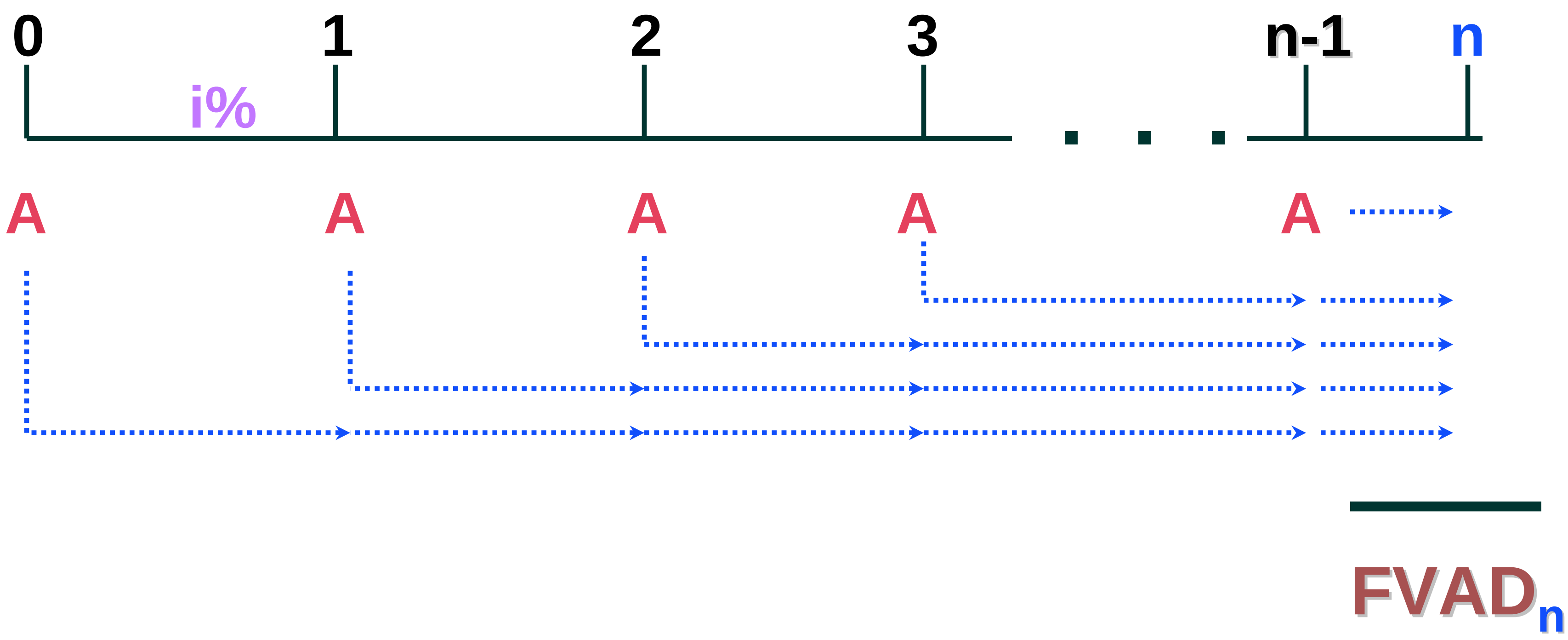
$3.215 = FVA_3$

$$FVA_3 = 1.000(1,07)^2 + 1.000(1,07)^1 + 1.000(1,07)^0$$

$$= 1.000[(1,07)^3 - 1] / 0,07 = 3.215$$

Chuỗi tiền đều đầu kỳ -- FVAD

Số tiền có vào đầu mỗi kỳ



Chuỗi tiền đều đầu kỳ -- FVAD

Số tiền có vào đầu mỗi kỳ

Công thức tổng quát:

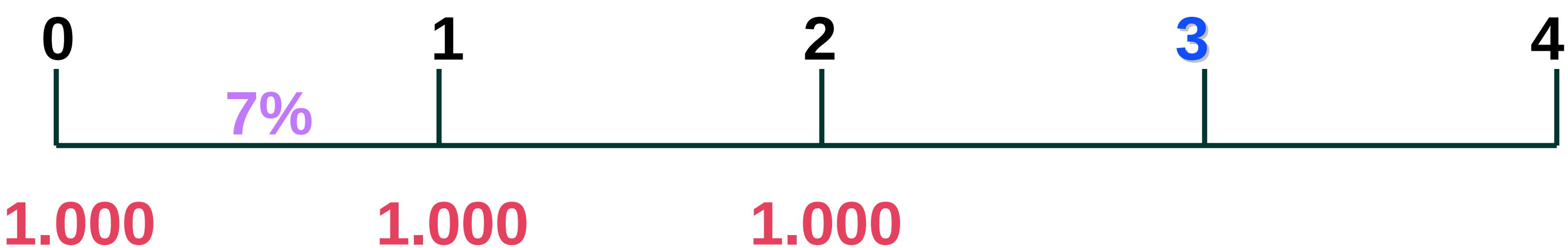
$$FVAD_n = A(1+i)^n + \ldots + A(1+i)^2 + A(1+i)^1$$

$$FVAD_n = FVA_n(1+i) = \sum A(1+i)(1+i)^t$$

$$FVAD_n = A\frac{(1+i)^n - 1}{i}(1+i) \quad (3')$$

Chuỗi tiền đều đầu kỳ

Giả sử mỗi năm bạn gởi một khoản tiền không đổi là 1.000 vào qũy tiết kiệm và gởi liên tục trong 3 năm, lần gởi đầu tiên ngay ở hiện tại, với lãi suất 7% năm. Vậy đến cuối năm thứ 3 bạn sẽ có được một khoản tiền là bao nhiêu ?



Chuỗi tiền đều đầu kỳ

0 1 2 3 4

7%

1.000 1.000 1.000 → 1.070

1.145

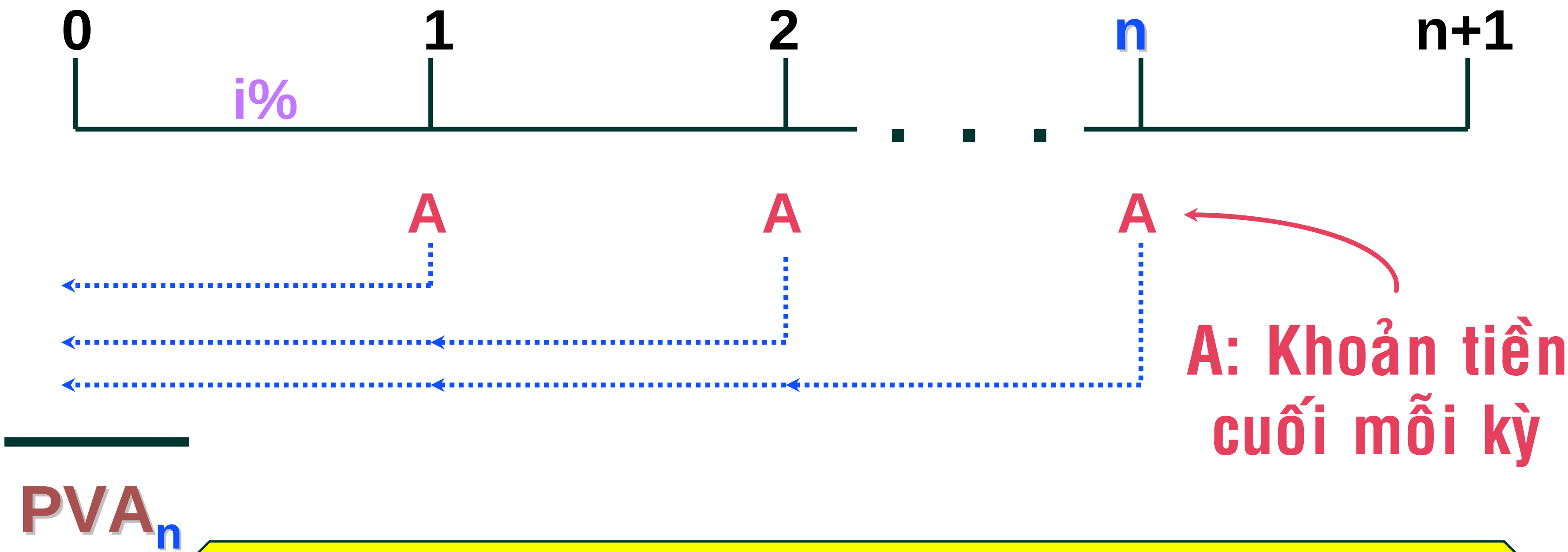
1.225

$3.440 = FVAD_3$

$$FVAD_3 = 1.000(1,07)^3 + 1.000(1,07)^2 + 1.000(1,07)^1$$

$$= 1.000(1+.0,07)[(1+0,07)^3-1]/\ 0,07 = 3.440$$

Giá trị hiện tại của chuỗi tiền đều-- PVA



$$PVA_n = A(1+i)^{-1} + A(1+i)^{-2} + \ldots + A(1+i)^{-n}$$

$$PVA_n = A[1-(1+i)^{-n}]/\ i$$

Giá trị hiện tại của chuỗi tiền đều-- PVA

Công thức tổng quát

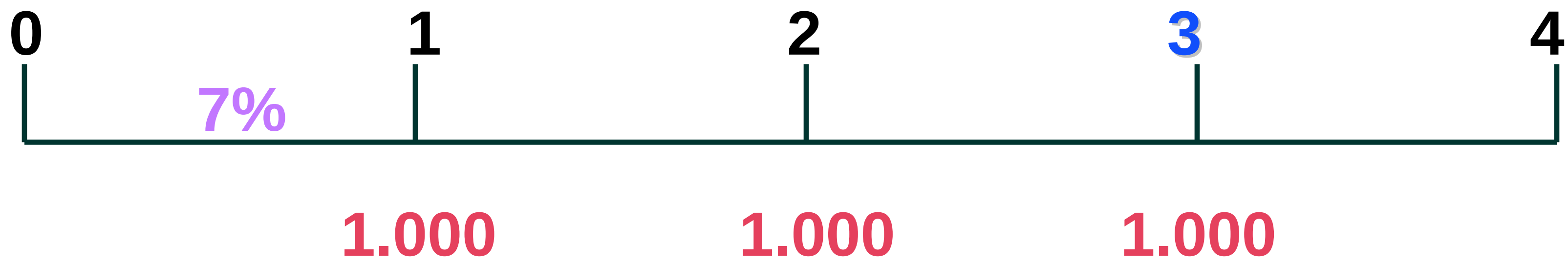
$$PVA_n = A(1+i)^{-1} + A(1+i)^{-2} + \ldots + A(1+i)^{-n}$$

$$PVA_n = \sum A(1+i)^{-t}$$

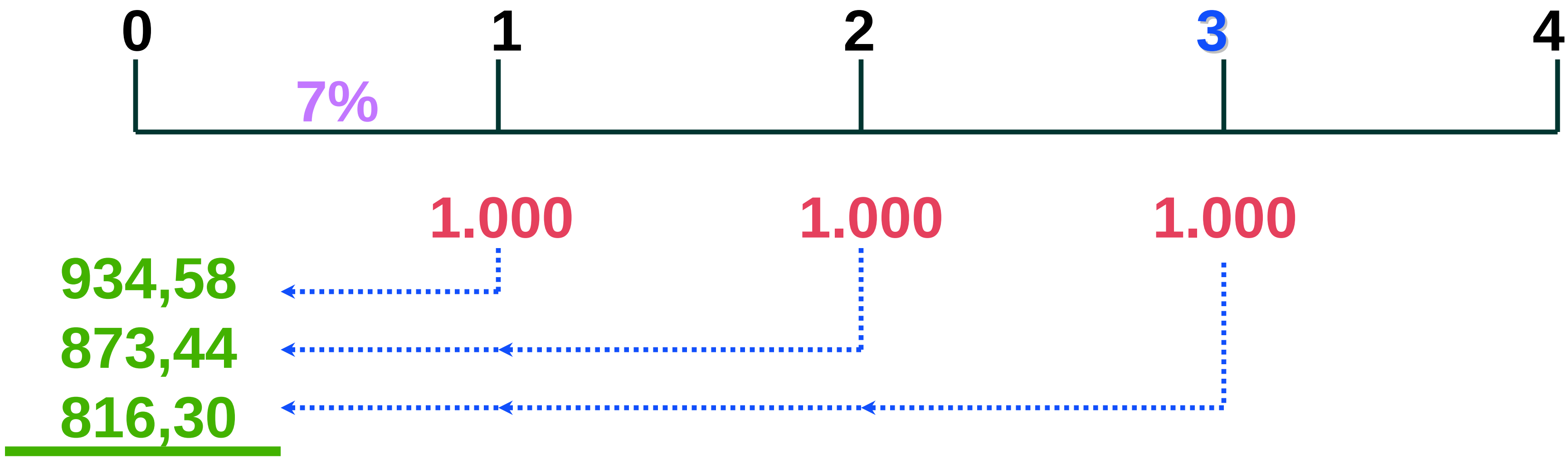
$$PVA_n = A\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \qquad (4)$$

Giá trị hiện tại của chuỗi tiền đều -- PVA

Một lô hàng bán trả góp như sau : Mỗi năm góp 1.000 và góp liên tục trong 3 năm, lần góp đầu tiên là sau 1 năm kể từ khi nhận hàng, với lãi suất 7% năm. Vậy giá trị lô hàng hiện tại là bao nhiêu ?



Giá trị hiện tại của chuỗi tiền đều -- PVA

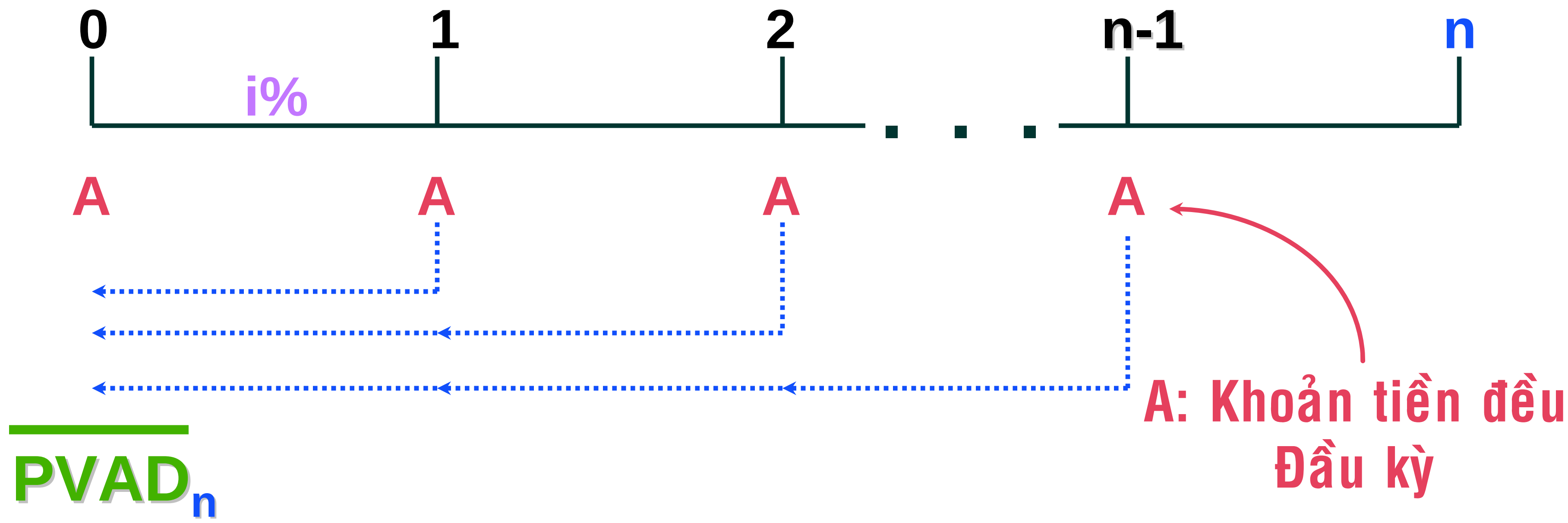


$2.624,32 = PVA_3$

$$PVA_3 = 1.000(1,07)^{-1} + 1.000(1,07)^{-2} + 1.000(1,07)^{-3}$$

$$= 1.000[1-(1+0,07)^{-3}]/\ 0,07 = 2.624,32$$

Chuỗi tiền đều đầu kỳ -- PVAD



Chuỗi tiền đều đầu kỳ -- PVAD

Công thức tổng quát :

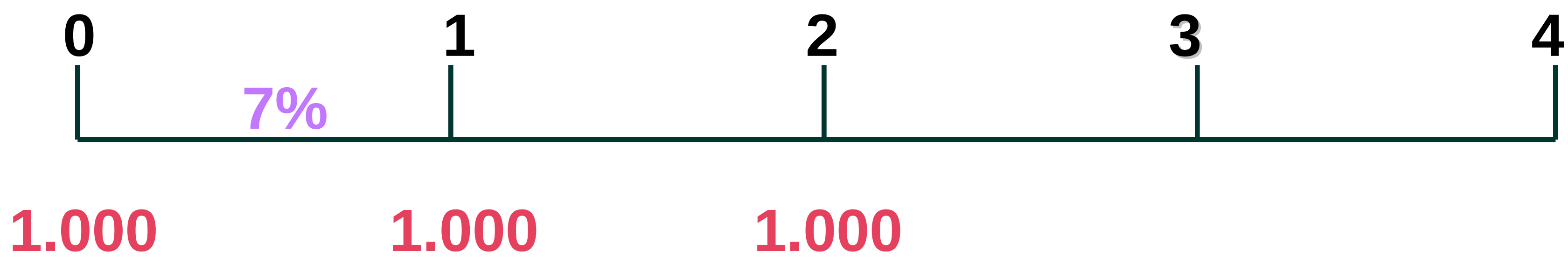
$$PVAD_n = A + A(1+i)^{-1} + A(1+i)^{-2} + \ldots + A(1+i)^{-(n-1)}$$

$$PVAD_n = \sum A(1+i)(1+i)^{-t}$$

$$PVAD_n = A\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}(1+i) \qquad (4')$$

Giá trị hiện tại của chuỗi tiền đều đầu kỳ -- PVAD

Một lô hàng bán trả góp như sau : Mỗi năm góp 1.000 và góp liên tục trong 3 năm, lần góp đầu tiên ngay hiện tại, với lãi suất 7% năm. Vậy giá trị lô hàng hiện tại là bao nhiêu ?



Giá trị hiện tại của chuỗi tiền đều đầu kỳ -- PVAD

0	1	2	3	4
7%				
1.000	1.000	1.000		

934,58

873,44

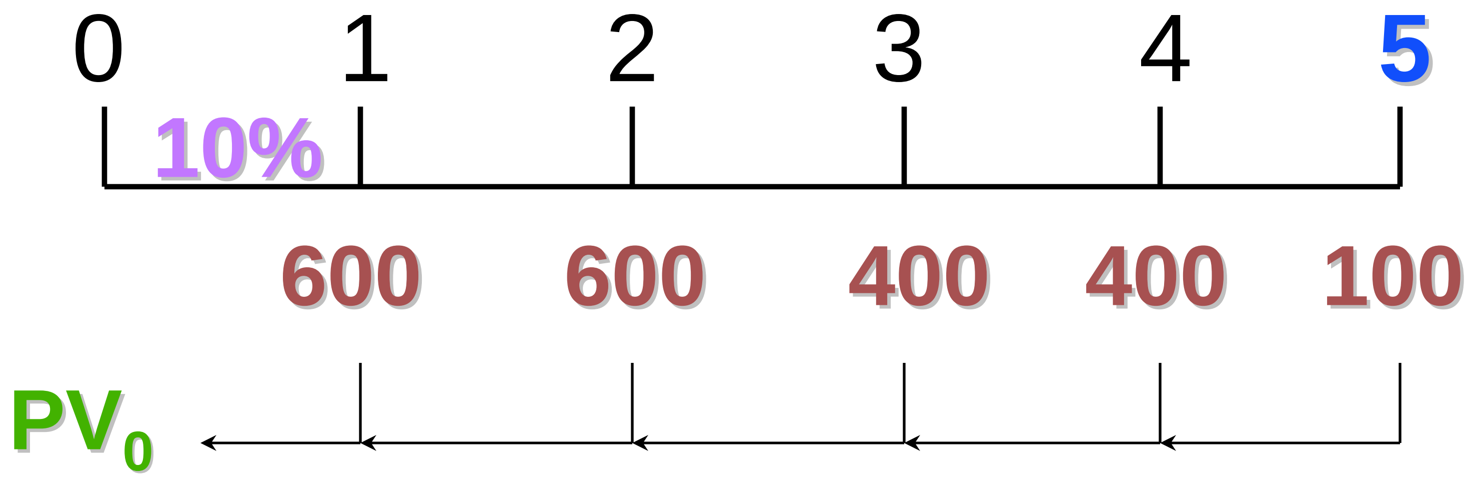
$2.808,02 = PVAD_n$

$$PVAD_n = 1.000(1,07)^{0} + 1.000(1,07)^{-1} + 1.000(1,07)^{-2}$$

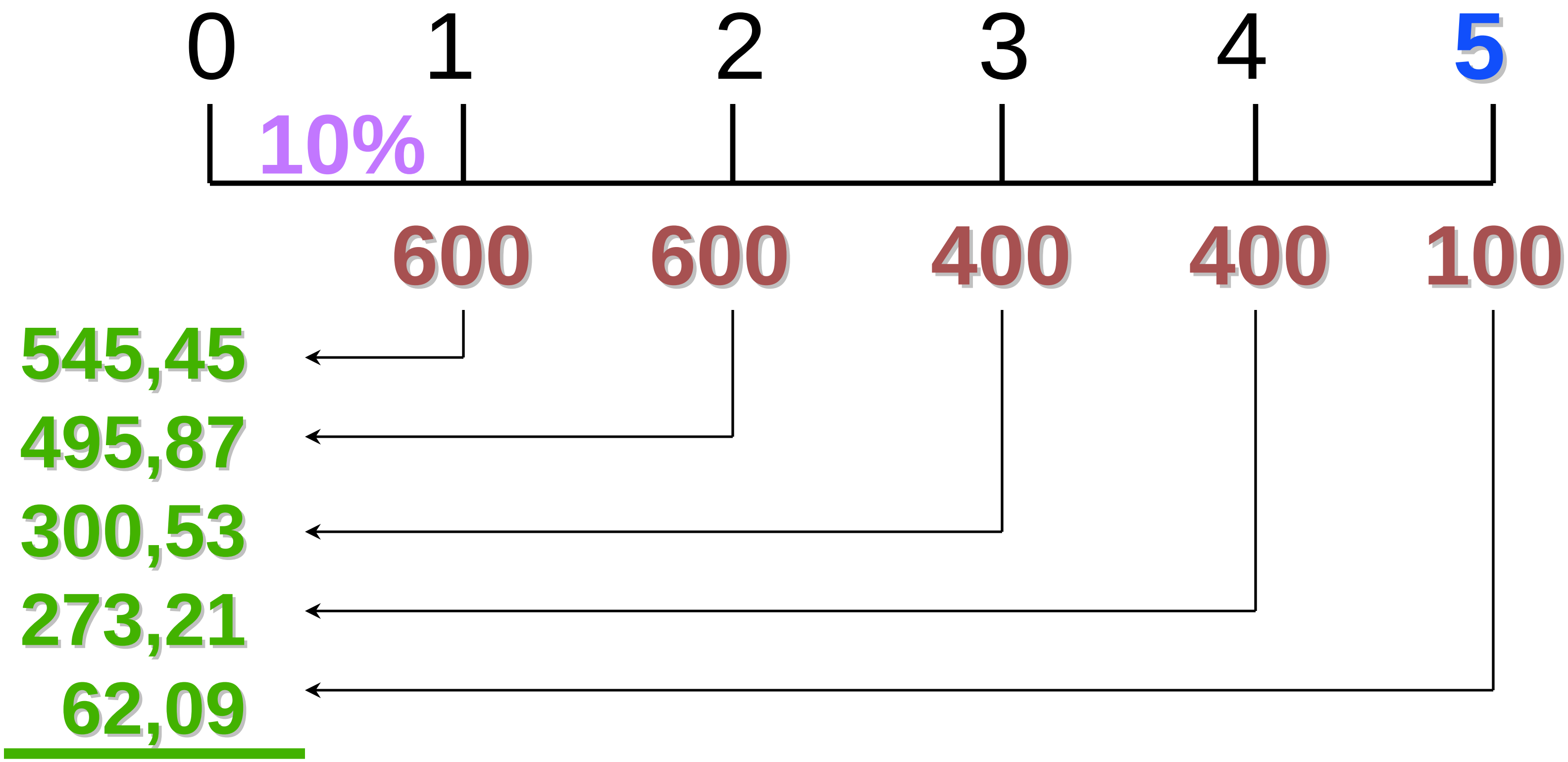
$$PVAD_n = 1.000(1,07)[1-(1+0,07)^{-2}]/\ 0,07 = 2.808,02$$

Chuỗi tiền bất đồng

Tính giá trị hiện tại của chuỗi tiền bất đồng sau, với lãi suất 10%?



Chuỗi tiền bất đồng (1)



1677,15 = PV_0 của chuỗi tiền bất đồng

Chuỗi tiền bất đồng (2)

0	1	2	3	4	5
10%					
	600	600	400	400	100

1.041,60

573,57

62,10

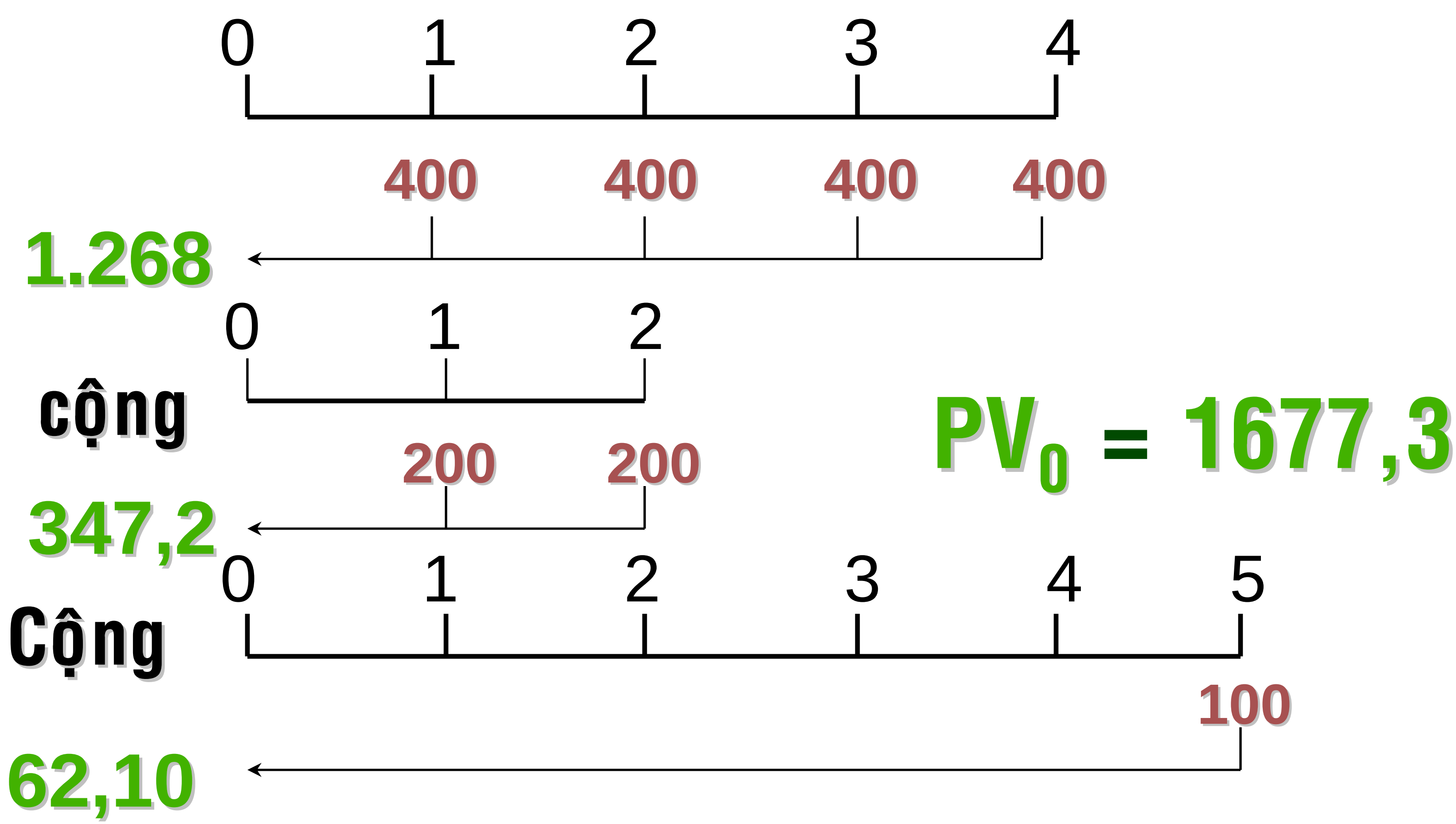
$1.677,27 = PV_0$

$$600[1-(1+0,1)^{-2}]/ 0,1 = 1.041,60$$

$$400=\{[1-(1+0,1)^{-2}]/ 0,1\}(1+0,1)^{-2} = 573,57$$

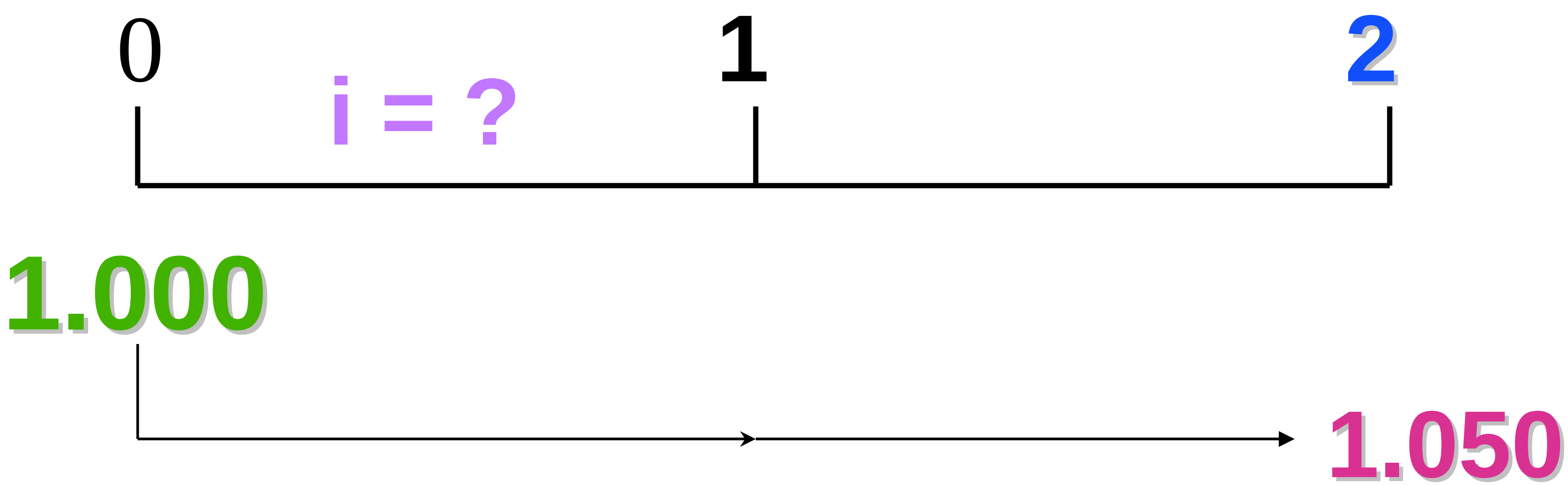
$$100\ (1+0,1)^{-5} = 62,10$$

Chuỗi tiền bất đồng (3)



Xác định lãi suất

Giả sử Bạn vay 1.000 và sau 2 tháng bạn phải trả một khoản tiền là 1.050. Vậy lãi suất cho vay mỗi tháng bao nhiêu ?



Xác định lãi suất

$FV_2 = P_0 (1+i)^2 \longrightarrow 1.050 = 1.000 (1+ i)^2$

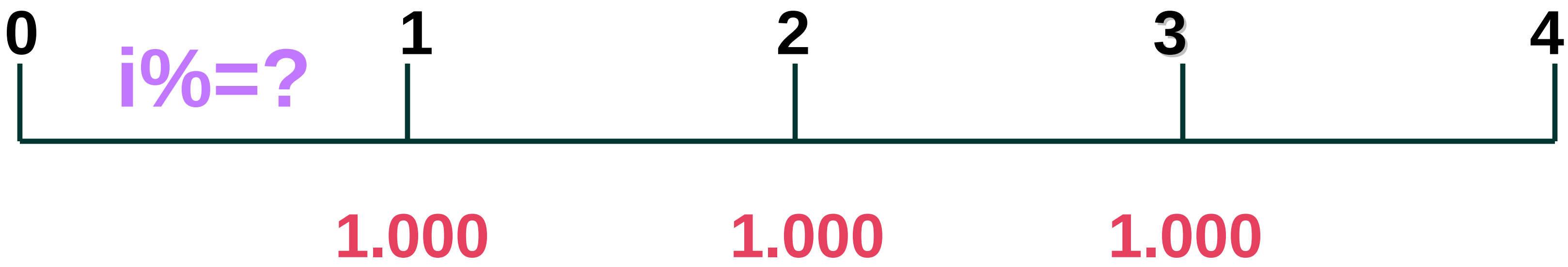
$(1+ i)^2 = 1,05$

Sử dụng phương pháp nội suy

i	2%	i =?	3%
$(1+i)^2$	1,0404	1,05	1,0609

$$i = 2\% + \frac{1.05 - 1.0404}{1.0609 - 1.0404}(3\% - 2\%) = 2,47\%$$

Xác định lãi suất



$$PVA_n = 2.500$$

$$PVA_n = 1.000(1+i)^{-1} + 1.000(1+i)^{-2} + 1.000(1+i)^{-3}$$

$$2.500 = 1.000 \frac{1 - (1+i)^{-3}}{i}$$

Xác định lãi suất

$$\frac{1 - (1+i)^{-3}}{i} = 2,5$$

Sử dụng phương pháp nội suy

i	9%	i =?	10%
VP	2,53	2,5	2,48

$$i = 9\% + \frac{2,53 - 2,50}{2,53 - 2,48}(10\%-9\%) = 9,6\%$$

Xác định lãi suất

0	1	2	3	4	**5**
i%=?	600	500	400	300	200

$$PV_0 = 1.600$$

$$PV_0 = 600(1+i)^{-1} + 500(1+i)^{-2} + 400(1+i)^{-3} + 300(1+i)^{-4} + 200(1+i)^{-5} = 1.600$$

Xác định lãi suất

$$PV_0 = 600(1+i)^{-1} + 500(1+i)^{-2} + 400(1+i)^{-3} + 300(1+i)^{-4} + 200(1+i)^{-5} = 1.600$$

Sử dụng phương pháp nội suy

i	9%	i =?	10%
VP	1.623	1.600	1.588

$$i = 9\% + \frac{1.623 - 1.600}{1.623 - 1.588}(10\% - 9\%) = 9{,}65\%$$

Xác định lãi suất

0	1	2	3	4	5
i%=?	600	400	400	400	100

$$PV_0 = 1.530$$

$$PV_0 = 600(1+i)^{-1} + 400\{[1-(1+i)^{-3}]/\ i\}(1+i)^{-1} + 100\ (1+i)^{-5} = 1.530$$

Xác định lãi suất

$$PV_0 = 600(1+i)^{-1} + 400\{[1-(1+i)^{-3}]/ i\}(1+i)^{-1} + 100\,(1+i)^{-5} = 1.530$$

Sử dụng phương pháp nội suy :

i	9%	i =?	10%
VP	1.544	1.530	1.512

$$i = 9\% + \frac{1.544 - 1.530}{1.544 - 1.512}(10\%-9\%) = 9{,}4\%$$

Chuỗi tiền bất đồng